ISSN 2079-3316 ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ №?, 2015, с. ??–??

Ю. И. Димитриенко, М. Н. Коряков, А. А. Захаров

Суперкомпьютерное моделирование сопряжённых процессов аэрогазодинамики гиперзвукового потока и деформирования тонкостенных теплозащитных аблирующих конструкций летательных аппаратов с помощью программного комплекса SIGMA

Аннотация. Предложен алгоритм численного моделирования сопряжённых аэрогазодинамических и термомеханических процессов в конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов, который позволяет рассчитывать все параметры трёхмерного аэрогазодинамического потока в окрестности поверхности аппарата, теплообмен на поверхности, процессы внутреннего тепломассопереноса в конструкции из термодеструктирующего полимерного композитного материала, а также динамические процессы термодеформирования композитной конструкции, включающие в себя эффекты изменения упругих характеристик композита, переменную тепловую деформацию, усадку, вызванную термодеструкцией, образование внутрипорового давления газов в композите. Разработан автоматизированный программный комплекс SIGMA, реализующий полученные алгоритмы, и способный проводить вычисления на высокопроизводительных компьютерах. Приведен пример численного моделирования сопряжённых процессов в модельной композитной конструкции высокоскоростного летательного аппарата, иллюстрирующий возможности предложенного алгоритма.

Ключевые слова и фразы: сопряжённые процессы, аэрогазодинамика, термомеханика, гиперзвук, композиционные материалы, термонапряжения, параллельные вычисления.

Введение

Освоение гиперзвуковых скоростей является одной из перспективных комплексных проблем высокотехнологичного развития, в которой можно выделить такие составные части, как исследование гиперзвуковой аэродинамики полета и теплообмена на поверхности кон-

---

Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М.В. Ломоносова[2].

Исследование выполнено при поддержке гранта Президента РФ МК-3007.2015.8[3].

© Ю. И. Димитриенко[1], М. Н. Коряков[2], А. А. Захаров[3], 2015
© МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2015
© Программные системы: теория и приложения, 2015

струкций гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА), исследование теплофизики и термопрочности материалов конструкций, разработка новых материалов конструкций, а также проблемы гиперзвуковой аэроупругости, управления и др. Вопросам исследования гиперзвуковых аэродинамических режимов полета летательных аппаратов посвящено значительное количество работ, например [1–3] и многие другие. Менее исследованы вопросы теплообмена [4] и аэроупругости [5, 6] при гиперзвуковых скоростях. Более сложную и значительно менее изученную проблему представляет собой высокотемпературное термомеханическое поведение композиционных материалов на основе термостойких матриц и наполнителей. Значительный вклад в исследование этих проблем внесли работы [7–9]. Комплексные сопряжённые задачи аэротермодинамики, теплообмена, теплофизики и термопрочности конструкций ГЛА практически не изучены. Вместе с тем, в реальных условиях эксплуатации ГЛА задачи аэротермодинамики, теплообмена и теплофизики конструкций являются связанными через граничные условия на поверхности конструкции, поэтому параметры теплового потока, воздействующего на материалы, зависят от свойств этих материалов. В свою очередь теплофизические свойства материалов при высоких температурах могут зависеть от напряжённо–деформированного состояния конструкций: так значительный уровень термонапряжений в композиционных материалах приводит к микрорастрескиванию их матрицы еще задолго до полного макроразрушения конструкции, вследствие чего меняются газопроницаемость и теплопроводность материалов, а, следовательно, и температурное поле в конструкции. Таким образом, для исследования реальных процессов, происходящих в конструкциях ГЛА возникает необходимость разработки методов решения сопряженной задачи аэротермодинамики, теплообмена, теплофизики и термомеханики конструкций. Один из подходов к решению этой сопряженной задачи предложен в настоящей работе. Этот подход является дальнейшим развитием методов, разработанных в [7–14].

1. Общая постановка сопряжённой задачи аэротермодинамики и термомеханики

Рассмотрим процесс обтекания конструкции ГЛА, имеющей конусообразную неосесимметричную форму, высокоскоростным набегающим потоком. Общая постановка сопряжённой задачи аэротермодинамики и термомеханики состоит из 3-х систем уравнений:

- уравнений неравновесной гиперзвуковой газовой динамики внешнего потока, обтекающего конструкцию;
- уравнений внутреннего тепломассопереноса в конструкции;
- уравнений термоупругости оболочечной конструкции.

Влиянием газообразных продуктов терморазложения и изменения геометрии конструкции вследствие термодеформации на течение внешнего газового потока пренебрегаем.

2. Система уравнений аэротермодинамики

Рассмотрим систему уравнений вязкого теплопроводного газа с химическими реакциями, описывающую поведение высокоскоростного потока вблизи ГЛА:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0, \\
\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p\mathbf{E} - \mathbf{T}_v) = \mathbf{0}, \\
\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho\epsilon + p)\,\mathbf{v} - \mathbf{T}_v \cdot \mathbf{v} + \mathbf{q}) = 0, \\
\frac{\partial \rho y_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho y_i \mathbf{v} - \rho D_{ij} \nabla y_i) = \omega_i,
\end{gathered} \tag{1}
$$

где ρ — плотность смеси газов, t — время, $\mathbf{v}$ — вектор скорости движения центра масс газовой смеси, p — давление смеси, $\mathbf{E}$ — метрический тензор, ϵ — плотность полной энергии смеси, $y_i = \rho_i/\rho$ — массовая концентрация i-ой компоненты, ω_i — массовая скорость образования i-ой компоненты, D_{ij} — коэффициенты диффузии.

К этим уравнениям присоединяются определяющие соотношения:

$$
p = \rho \frac{R_0}{M_0}\theta, \quad \frac{1}{M_0} = \sum_{i=1}^{7} \frac{y_i}{M_i}, \quad \epsilon = e + \frac{|\mathbf{v}|^2}{2}, \quad e = c_{\mathrm{V}}\theta, \quad |\mathbf{v}|^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v},
$$

$$
c_{\mathrm{V}} = \sum_{i=1}^{7} y_i c_{\mathrm{V}\,i}, \quad \mathbf{T}_v = -\frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{E} + \mu(\nabla \otimes \mathbf{v} + \nabla \otimes \mathbf{v}^T), \quad \mathbf{q} = -\lambda \nabla \theta,
$$

где R_0 — универсальная газовая постоянная, M_i — молярная масса i-ой компоненты газовой смеси, θ — температура, e — плотность внутренней энергии, $c_{\mathrm{V}\,i}$ — удельная теплоемкость при постоянном объёме i-ой компоненты, μ — коэффициент вязкости, λ — коэффициент теплопроводности.

Рассматривается модель бинарной диффузии. Коэффициенты диффузии, вязкости и теплопроводности вычисляются по формулам [13]:

$$D_{12} = 1.85{\cdot}10^{-7} \frac{\theta^{3/2}}{p\sigma_{12}^2 \Omega_{12}^{(1,1)}} \left(\frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2} \right)^{1/2},$$

$$\mu = \sum_{i=1}^{6} \frac{\mu_i}{1 + \sum\limits_{j=1, j\neq i}^{6} G_{ij}^{\mu} \dfrac{\gamma_j}{\gamma_i}}, \qquad \lambda = \sum_{i=1}^{6} \frac{\lambda_i}{1 + \sum\limits_{j=1, j\neq i}^{6} G_{ij}^{\lambda} \dfrac{\gamma_j}{\gamma_i}}, \qquad \gamma_i = \frac{y_i}{M_i},$$

где σ_{12} — характеристическое расстояние, $\Omega_{12}^{(1,1)}$ — интеграл столкновений, μ_i, λ_i — вязкость и теплопроводность чистых газов, G_{ij}^{μ}, G_{ij}^{λ} — универсальные постоянные.

Обтекающий тело газ состоит из семи компонентов, а в качестве возможных химических реакций, протекающих в ударном слое при высоких температурах, принимаются следующие:

$$O_2 + M \leftrightarrow 2O + M, \quad N_2 + M \leftrightarrow 2N + M, \quad NO + M \leftrightarrow N + O + M,$$
$$NO + O \leftrightarrow O_2 + N, \quad N_2 + O \leftrightarrow NO + N, \quad NO + O \leftrightarrow NO^+ + e^-,$$

где M — любой из 6 рассматриваемых компонентов, являющихся катализаторами, e^- — электронная компонента. Будем ассоциировать индекс $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ с компонентами O, N, NO, O_2, N_2, NO+, соответственно.

Также имеют место условия сохранения атомарного состава:

$$y_{O_2} = 0.21 - 0.5 \cdot (y_O + y_{NO} + y_{NO^+}),$$
$$y_{N_2} = 0.79 - 0.5 \cdot (y_N + y_{NO} + y_{NO^+})$$

и условие квазинейтральности смеси: $y_{NO^+} = y_{e^-}$.

Граничные условия на твёрдой стенке поверхности контакта высокоскоростного потока и теплозащитной конструкции имеют следующий вид:

$$\mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad -\lambda \nabla\theta \cdot \mathbf{n} + \varepsilon_{\mathrm{g}} \sigma \theta_{\max}^4 = -\lambda_{\mathrm{s}} \nabla\theta_{\mathrm{s}} \cdot \mathbf{n} + \varepsilon_{\mathrm{s}} \sigma \theta_{\mathrm{s}}^4, \quad \theta_{\mathrm{s}} = \theta, \tag{2}$$

где θ_{s} — температура твёрдой стенки, $\theta_{\max}$ — максимальная температура в пограничном слое, $\nabla\theta_{\mathrm{s}}$ — градиент температуры на твёрдой стенке со стороны конструкции, ε и ε_{s} — интегральные коэффициенты излучения нагретого газа и твёрдой поверхности, σ — коэффициент Стефана–Больцмана.

3. Система уравнений внутреннего тепломассопереноса в конструкции ГЛА

Будем рассматривать конструкцию ГЛА, изготовленную из композиционного материала на полимерной матрице с термостойкими керамическими волокнами. В матрице такого композита при нагреве до высоких температур, характерных для аэродинамического нагрева, происходят физико–химические процессы термодеструкции, сопровождающиеся образованием газообразных продуктов терморазложения, которые накапливаются в порах материала и отфильтровываются во внешний газовый поток, а также образованием новой твердой фазы — пиролитической фазы матрицы, которая обладает существенно более низкими упруго–прочностными характеристиками, чем исходная полимерная фаза. Четырехфазная модель для описания внутреннего тепломассопереноса и деформирования такого композита строится на основе классической системы законов сохранения, записанных для фаз, допущений о квазистатичности процессов движения и малости деформаций твердых фаз и применения процедур асимптотического осреднения [7]. Эта модель состоит из:

- уравнения изменения массы полимерной фазы матрицы

$$\rho_{\mathrm{b}} \frac{\partial \varphi_{\mathrm{b}}}{\partial t} = -J; \tag{3}$$

- уравнения фильтрации газообразных продуктов термодеструкции в порах композиционного материала

$$\frac{\partial \rho_{\mathrm{g}} \varphi_{\mathrm{g}}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_{\mathrm{g}} \varphi_{\mathrm{g}} \mathbf{v} = J\Gamma; \tag{4}$$

- уравнения теплопереноса в термодеструктирующем композите

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} - c_{\mathrm{g}} \nabla \theta \cdot \rho_{\mathrm{g}} \varphi_{\mathrm{g}} \mathbf{v} - J \triangle e^0; \tag{5}$$

где φ_{b}, φ_{g} — объёмные концентрации полимерной матрицы и газовой фазы; ρ_{b} — плотность полимерной матрицы (полагается постоянной); ρ_{g} — среднее по поре значение плотности газовой фазы (переменная величина); c_{g} — удельная теплоемкость газовой фазы при постоянном объёме, ρ и c — плотность и удельная теплоемкость композита в целом, $\mathbf{q}$ — вектор плотности теплового потока, θ — температура композита, общая для всех фаз; $\mathbf{v}$ — вектор скорости движения газовой фазы в порах; $\triangle e^0$ — удельная теплота термодеструкции матрицы; J — массовая скорость термодеструкции матрицы и Γ — коэффициент газификации матрицы.

Определяющие соотношения, связывающие вектор–функции $\mathbf{q}$, $\mathbf{v}$ с функциями $\nabla\theta$, ∇p и выражающие законы Фурье и Дарси; а также соотношение Аррениуса для массовой скорости термодеструкции J и уравнение Менделеева–Клапейрона для порового давления газовой фазы p имеют вид:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{\Lambda}\cdot\nabla\theta, \quad \rho_{\mathrm{g}}\varphi_{\mathrm{g}}\mathbf{v} = -\mathbf{K}\cdot\nabla p, \quad J = J_0 e^{-E_A/R\theta}, \quad p = \rho_{\mathrm{g}}\frac{R}{\mu_{\mathrm{g}}}\,\theta,$$

где J_0 — предэкспоненциальный множитель, E_A — энергия активации процесса термодеструкции, μ_{g} — молекулярная масса газовой фазы, а тензор теплопроводности $\mathbf{\Lambda}$ и тензор газопроницаемости $\mathbf{K}$ композита зависят от концентраций фаз.

Соотношения для плотности и удельной теплоемкости композита:

$$\rho = \rho_{\mathrm{f}}\varphi_{\mathrm{f}} + \rho_{\mathrm{b}}\varphi_{\mathrm{b}} + \rho_{\mathrm{p}}\varphi_{\mathrm{p}} + \rho_{\mathrm{g}}\varphi_{\mathrm{g}},$$
$$\rho c = \rho_{\mathrm{f}}c_{\mathrm{f}}\varphi_{\mathrm{f}} + \rho_{\mathrm{b}}c_{\mathrm{b}}\varphi_{\mathrm{b}} + \rho_{\mathrm{p}}c_{\mathrm{p}}\varphi_{\mathrm{p}} + \rho_{\mathrm{g}}c_{\mathrm{g}}\varphi_{\mathrm{g}},$$

где φ_{f}, φ_{p} — объёмные концентрации армирующих волокон и пиролитической фазы матрицы; ρ_{f}, ρ_{p} — плотности армирующих волокон и пиролитической фазы матрицы (полагаются постоянными); c_{f}, c_{b}, c_{p} — удельные теплоемкости твердых фаз (армирующие волокна, фаза исходной полимерной матрицы, пиролитическая фаза матрицы) при постоянной деформации, которые полагаются постоянными, не зависящими от температуры.

Объёмная концентрация пиролитической фазы матрицы φ_{p} может быть выражена аналитически через:

$$\varphi_{\mathrm{p}} = \left(\varphi_{\mathrm{b}}^0 - \varphi_{\mathrm{b}}\right)(1-\Gamma)\,\frac{\rho_{\mathrm{b}}}{\rho_{\mathrm{p}}}.$$

На нагреваемой части поверхности конструкции граничные условия для уравнений (3)–(5) выглядят следующим образом:

$$p = p_e, \qquad \theta = \theta_e,$$

где p_{e}, θ_{e} — давление и температура внешнего газового потока на поверхности композита.

На остальной части поверхности композита задаются граничные условия герметичности и теплоизоляции:

$$\mathbf{n}\cdot\nabla p = 0, \qquad \mathbf{n}\cdot\mathbf{\Lambda}\cdot\nabla\theta = 0.$$

4. Система уравнений термомеханики оболочечной конструкции ГЛА

В криволинейной системе координат $Oq_1q_2q_3$, связанной со срединной поверхностью оболочечной конструкции ГЛА, система уравнений термомеханики оболочечной конструкции имеет следующий вид [7]:

- уравнения равновесия оболочки

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial A_\beta T_{\alpha\alpha}}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial A_\alpha T_{\alpha\beta}}{\partial q_\beta} - \frac{\partial A_\beta}{\partial q_\alpha} T_{\beta\beta} + \frac{\partial A_\alpha}{\partial q_\beta} T_{\alpha\beta} + \\
+ A_\beta \left(A_\alpha k_\alpha Q_\alpha - \frac{\partial P_{\mathrm{g}}}{\partial q_\alpha} \right) = 0, \\
\frac{\partial A_\beta M_{\alpha\alpha}}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial A_\alpha M_{\alpha\beta}}{\partial q_\beta} - \frac{\partial A_\beta}{\partial q_\alpha} M_{\beta\beta} + \frac{\partial A_\alpha}{\partial q_\beta} M_{\alpha\beta} - \\
- A_\beta \left(A_\alpha Q_\alpha - \frac{\partial P_{\mathrm{g}}}{\partial q_\alpha} \right) = 0, \\
- A_1 A_2 (k_1 T_{11} + k_2 T_{22} + p_e) + \frac{\partial A_2 Q_1}{\partial q_1} + \frac{\partial A_1 Q_2}{\partial q_2} - \\
- (k_1 + k_2) A_1 A_2 \varphi_{\mathrm{g}} P_{\mathrm{g}} = 0; \qquad \alpha, \beta = 1, 2; \quad \alpha \neq \beta,
\end{gathered}
\tag{6}
$$

- кинематические соотношения

$$
\begin{gathered}
e_{\alpha\alpha} = \frac{1}{A_\alpha} \frac{\partial U_\alpha}{\partial q_\alpha} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_\alpha}{\partial q_\beta} U_\beta + k_\alpha W, \quad 2e_{\alpha 3} = \frac{1}{A_\alpha} \frac{\partial W}{\partial q_\alpha} + \gamma_\alpha - k_\alpha U_\alpha, \\
2e_{12} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial U_1}{\partial q_2} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial U_2}{\partial q_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \left(\frac{\partial A_1}{\partial q_2} U_1 + \frac{\partial A_2}{\partial q_1} U_2 \right), \\
\kappa_{\alpha\alpha} = \frac{1}{A_\alpha} \frac{\partial \gamma_\alpha}{\partial q_\alpha} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_\alpha}{\partial q_\beta} \gamma_\beta, \qquad 2\kappa_{\alpha 3} = -k_\alpha \gamma_\alpha, \\
2\kappa_{12} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial \gamma_1}{\partial q_2} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial \gamma_2}{\partial q_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \left(\frac{\partial A_1}{\partial q_2} \gamma_1 + \frac{\partial A_2}{\partial q_1} \gamma_2 \right),
\end{gathered}
\tag{7}
$$

- определяющие соотношения оболочки

$$
\begin{gathered}
T_{\alpha\alpha} = \sum_{\beta=1}^{2} (C_{\alpha\beta} e_{\beta\beta} + N_{\alpha\beta} \kappa_{\beta\beta}) - P_{\mathrm{g}\alpha} - \hat{T}_\alpha, \\
T_{12} = 2(C_{66} e_{12} + N_{66} \kappa_{12}), \\
M_{\alpha\alpha} = \sum_{\beta=1}^{2} (N_{\alpha\beta} e_{\beta\beta} + D_{\alpha\beta} \kappa_{\beta\beta}) - M_{\mathrm{g}\alpha} - \hat{M}_\alpha, \\
M_{12} = 2(N_{66} e_{12} + D_{66} \kappa_{12}), \\
Q_\alpha = \bar{C}_{\alpha+3,\alpha+3} e_{\alpha 3}, \quad \alpha = 1, 2;
\end{gathered} \tag{8}
$$

где $T_{\alpha\alpha}, T_{\alpha\beta}, M_{\alpha\alpha}, M_{\alpha\beta}$ — усилия и моменты в оболочке; Q_α — перерезывающие усилия; $e_{\alpha\alpha}, e_{\alpha 3}, e_{12}$ — деформации срединной поверхности оболочки; $\kappa_{\alpha\alpha}$, $\kappa_{\alpha 3}$, κ_{12} — искривления срединной поверхности; U_α, γ_α, W — перемещения, углы искривления и прогиб срединной поверхности; A_α, k_α — параметры первой квадратичной формы и главные кривизны срединной поверхности оболочки, P_{g}, M_{g} — усилие и момент порового давления в оболочке:

$$
P_{\mathrm{g}} = \int\limits_{-h/2}^{h/2} \varphi_{\mathrm{g}} p \, dq_3, \qquad M_{\mathrm{g}} = \int\limits_{-h/2}^{h/2} \varphi_{\mathrm{g}} p q_3 \, dq_3.
$$

Введены также обозначения для усилий и моментов тепловых напряжений $\hat{T}_\alpha$, $\hat{M}_\alpha$, зависящих от температурных деформаций оболочки $\hat{\varepsilon}_\alpha$:

$$
\hat{T}_\alpha = \sum_{\beta=1}^{3} C_{\alpha\beta} \hat{\varepsilon}_\beta^{(0)}, \qquad \hat{M}_\alpha = \sum_{\beta=1}^{3} C_{\alpha\beta} \hat{\varepsilon}_\beta^{(1)},
$$

$$
\hat{\varepsilon}_\beta^{(j)} = \int\limits_{-h/2}^{h/2} a_{\theta 1} \hat{\varepsilon}_\beta^{(0)} q_3^j \, dq_3, \quad \hat{\varepsilon}_3^{(j)} = \int\limits_{-h/2}^{h/2} a_{\theta 2} \hat{\varepsilon}_3 q_3^j \, dq_3; \quad j = 0, 1; \quad \beta = 1, 2;
$$

$$
\begin{gathered}
\hat{\varepsilon}_\gamma = (\alpha_{\mathrm{f}} \varphi_{\mathrm{f}} B_\gamma + \alpha_{\mathrm{b}} \varphi_{\mathrm{b}} \Omega_\gamma)(\theta - \theta_0) + \alpha_{\mathrm{p}} \Omega_\gamma \int\limits_0^t (\theta(t) - \theta(\tau)) \hat{\varphi}_{\mathrm{p}} \, d\tau - \\
- \beta_{\mathrm{p}} \varphi_{\mathrm{p}} \Omega_\gamma, \qquad \gamma = 1, 2, 3;
\end{gathered}
$$

где $\alpha_{\mathrm{f}}, \alpha_{\mathrm{b}}, \alpha_{\mathrm{p}}$ — коэффициенты теплового расширения волокна, полимера и пиролитической фазы матрицы, β_{p} — коэффициент усадки,

B_γ, Ω_γ — коэффициенты, зависящие от расположения волокон в композите [7].

Усилия и моменты межфазного взаимодействия $P_{\mathrm{g}\alpha}$, $M_{\mathrm{g}\alpha}$ в оболочке определены следующим образом:

$$P_{\mathrm{g}\alpha} = \int\limits_{-h/2}^{h/2} p\tilde{f}_\alpha \, dq_3; \qquad M_{\mathrm{g}\alpha} = \int\limits_{-h/2}^{h/2} p\tilde{f}_\alpha q_3 \, dq_3;$$

где $\tilde{f}_\alpha$ — коэффициенты межфазного взаимодействия.

В соотношениях (8) обозначены мембранные, смешанные и изгибные жесткости оболочки $\bar{C}_{\alpha\beta}$, $N_{\alpha\beta}$, $D_{\alpha\beta}$:

$$\begin{gathered}
\bar{C}_{\alpha\beta} = C^0_{\alpha\beta} a^{(0)}_{\theta 1}, \quad N_{\alpha\beta} = C^0_{\alpha\beta} a^{(1)}_{\theta 1}, \quad D_{\alpha\beta} = C^0_{\alpha\beta} a^{(2)}_{\theta 1}, \\
\bar{C}_{66} = C^0_{66} a^{(0)}_{\theta 1}, \quad N_{66} = C^0_{66} a^{(1)}_{\theta 1}, \quad D_{66} = C^0_{66} a^{(2)}_{\theta 1}, \\
\bar{C}_{\alpha+3,\alpha+3} = C^0_{\alpha+3,\alpha+3} a^{(0)}_{\theta 2}; \quad \alpha = 1, 2; \\
a^{(j)}_{\theta k} = \int\limits_{-h/2}^{h/2} a_{\theta k} q_3^j \, dq_3; \qquad k = 1, 2; \quad j = 0, 1, 2.
\end{gathered}$$

Вследствие размягчения полимерной матрицы и её термодеструкции, жесткости оболочки изменяются при нагреве, учёт этого изменения для ортотропных композитных оболочек осуществляется с помощью 2-х функций $a_{\theta 1}$, $a_{\theta 2}$ [7].

Деформации $\varepsilon_{\alpha\beta}$ и напряжения $\sigma_{\alpha\beta}$ в оболочке вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{gathered}
\varepsilon_{\alpha\beta} = e_{\alpha\beta} + q_3 \kappa_{\alpha\beta}; \quad \alpha, \beta = 1, 2; \quad \varepsilon_{33} = 0, \quad \varepsilon_{\alpha 3} = e_{\alpha 3}, \\
\sigma_{\alpha\alpha} = -\tilde{f}_\alpha p + a_{\theta 1} \sum_{\beta=1}^{3} C_{\alpha\beta} \left(\varepsilon_{\beta\beta} + q_3 \kappa_{\beta\beta} - \hat{\varepsilon}_\beta \right); \quad \alpha = 1, 2; \\
\sigma_{12} = a_{\theta 1} C_{66} (\varepsilon_{12} + q_3 \kappa_{12}) \, .
\end{gathered} \tag{9}$$

Для поперечного нормального напряжения σ_{33} и напряжений межслойного сдвига $\sigma_{\alpha 3}$ имеем следующие формулы:

$$
\begin{gathered}
\sigma_{33} = 6\eta \left(\frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{P_{\mathrm{g}1}}{h} + \frac{1}{h} C_{31} \left(a_{\theta 1}^{(0)} e_{11} + a_{\theta 1}^{(1)} \kappa_{11} - \hat{\varepsilon}_1^{(0)} \right) + \right. \\
\left. + \frac{1}{h} C_{32}^{0} \left(a_{\theta 1}^{(0)} e_{22} + a_{\theta 1}^{(1)} \kappa_{22} - \hat{\varepsilon}_2^{(0)} \right) - \frac{1}{h} C_{33}^{0} \varepsilon_3^{(0)} \right) + \\
+ (p_2 - p_1)\, \xi(q_3) + \frac{p_1 - p_2}{2} + \varphi_{\mathrm{g}} p; \\
\sigma_{13} = \frac{12\eta(q_3)}{h} C_{44}^{(0)} e_{13} a_{\theta 2}^{(0)}; \qquad \sigma_{23} = \frac{12\eta(q_3)}{h} C_{55}^{(0)} e_{23} a_{\theta 2}^{(0)}; \\
\xi(q_3) = \frac{1}{2} - \frac{q_3}{h}, \qquad \eta(q_3) = \frac{1}{4} - \left(\frac{q_3}{h} \right)^2;
\end{gathered}
\tag{10}
$$

где p_1, p_2 — давления на внешних поверхностях оболочки. Максимальное значение касательных напряжений достигается на срединной поверхности оболочки.

5. Метод численного решения сопряжённой задачи

Для численного решения сформулированной выше сопряжённой задачи предложен следующий метод: вводится цикл по «медленному» времени $\bar{t} = t/t_0$, соответствующему процессу распространения тепла в стенке конструкции, где t_0 — характерное время нагрева конструкции. Внутри этого цикла вводится «быстрое» время $\tau = t/t_g$, где t_g — характерное время установления газового потока. Для каждого фиксированного момента медленного времени $\bar{t}_n$ тепловой поток на твёрдой стенке $q_{\mathrm{s}} = -\lambda_{\mathrm{s}} \nabla \theta_{\mathrm{s}} \cdot \mathbf{n}$ в (2), вообще говоря, неизвестный, полагается фиксированным, тогда системы уравнений газодинамики (1) и внутреннего тепломассопереноса в конструкции (3)–(5) разделяются на одном шаге медленного времени и решение осуществляется в четыре этапа:

Этап 1: Решение системы уравнений внутреннего тепломассопереноса (3)–(5). Это решение осуществляется численным конечно–разностным методом с использованием метода линеаризации и неявной разностной схемы. Температура поверхности конструкции, взаимодействующей с набегающим газовым потоком, на этом этапе полагается известной и берется с предыдущего временного шага $\bar{t}_{n-1}$.

Этап 2: Далее осуществлялся цикл решения системы уравнений Навье-Стокса (1) с граничными условиями (2) по шагам быстрого времени $\Delta\tau$ до установления потока. Для интегрирования системы используются численные конечно–разностные методы второго порядка аппроксимации типа Мак–Кормака и TVD или конечно–объёмные методы на тетраэдральных и гексаэдральных сетках типа RKDG [**10**, **11**, **13**–**16**].

Этап 3: Осуществляется решение системы уравнений термоупругости оболочечной конструкции (6)–(8) с помощью метода конечного элемента, подробности решения задачи изложены в [**12**]. Входными данными для этой задачи являются поля давлений на внешней p_1 и внутренней p_2 поверхности оболочки, которые определяются после решения уравнений газовой динамики, а также распределение температуры θ, объёмных концентраций фаз φ_{f}, φ_{b}, φ_{p}, φ_{g} и порового давления p газообразных продуктов терморазложения композитной оболочки, которые рассчитываются при решении уравнений внутреннего тепломассопереноса (3)–(5).

Этап 4: После решения задачи термоупругости осуществлялся расчет термонапряжений в оболочке с помощью формул (9), (10).

6. Описание разработанного программного комплекса

Разработанные алгоритмы вошли в состав программно–вычислительного комплекса SIGMA [**11**, **14**], который применяется для моделирования совместных процессов сверхзвуковой и гиперзвуковой газовой динамики и теплопереноса в областях сложной криволинейной формы. Программный комплекс включает в себя модули: трёхмерного геометрического моделирования, позволяющего генерировать достаточно широкий диапазон трёхмерных геометрических областей, модуль задания свойств, параметров и начальных данных, генератор адаптивной сетки (препроцессор), расчётный модуль (процессор) и визуализатор расчётов (постпроцессор). Каждый модуль является независимым программным продуктом, написанным на языке C++, и поддерживает возможность создания расширений. Большинство итерационных процедур генерации сеток и расчётного модуля обладают геометрическим параллелизмом и реализованы с использованием коммуникационных библиотек OpenMP и MPI.

Модуль препроцессора имеет графический интерфейс, позволяющий визуально создавать расчётную область. Область строится из набора исходных гексаэдральных блоков (примитивов) путём их состав-

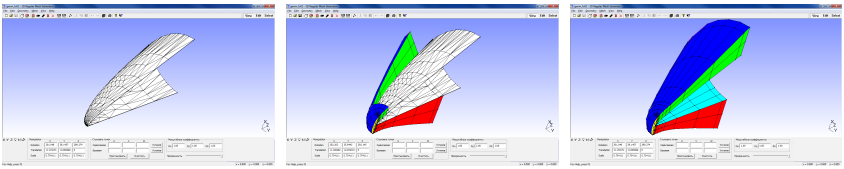

Рис. 1. Построение расчётной области внешнего обтекания модельного перспективного гиперзвукового летательного аппарата: загруженная STL-геометрия поверхности (слева); автоматизированное построение криволинейных блоков (в центре); вид полученной расчётной области (справа)

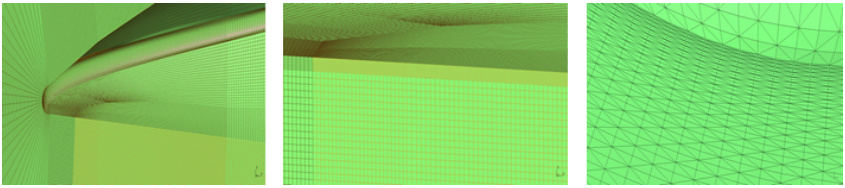

Рис. 2. Примеры сгенерированных сеток: равномерная гексаэдральная сетка (слева); гексаэдральная сетка со сгущением в области пограничного слоя (в центре); итоговая тетраэдральная сетка (справа)

ления и последующего деформирования. Деформирование осуществляется с помощью изменения координат опорных точек геометрии путём их ввода или считывания из файла. Опорные точки геометрии расположены на граничных поверхностях примитивов, образуют поверхностную регулярную сетку узлов, и являются основой для построения линейных или кубических сплайнов поверхностей. Существует возможность генерации криволинейных блоков на основе геометрии поверхностей, импортируемых из программ твердотельного моделирования в формате STL (рис. 1). В этом случае для построения регулярной сетки опорных точек на импортированной поверхности реализованы функции генерации точек в заданных сечениях геометрии и вдоль линий между двумя заданными на поверхности точками.

Для генерации сеток используется собственный генератор геометрически–адаптивных сеток [**10**, **11**, **13**, **14**]. Генератор создаёт неортогональные блочно–структурированные сетки (рис. 2) на основе явной

формы алгебраических преобразований, которые относятся к лагранжевым координатным преобразованиям методов трансфинитной интерполяции [13]. Имеются функции, позволяющие управлять сгущением узлов сетки вблизи граничных поверхностей блоков. Для некоторых типов криволинейных областей поддерживается возможность построения O-grid блоков подобно одноимённым блокам в коммерческом генераторе ANSYS ICEM CFD. В расчётный модуль встроен механизм расчёта на данных типах сеток и блоков.

Сгенерированная гексаэдральная сетка преобразуется в тетраэдральную для применения метода RKDG [15]. Для этого большинство гексаэдральных ячеек разделяется на 5 тетраэдральных элементов. В некоторых исключительных случаях, когда разбиением на 5 тетраэдров не удаётся состыковать соседние элементы, применяется разбиение на 6 тетраэдров. Полученные таким образом тетраэдральные сетки сохраняют адаптацию сеточных линий под границы области и позволяют получать более качественные картины течения, чем на сетках, в которых ребра тетраэдров ориентированы произвольным образом.

Проводилось тестирование программного комплекса на различных тестовых задачах путём сравнения с известными аналитическими и численными решениями, а также с расчётами, полученными коммерческими программными пакетами [7, 12, 13]. Установлено, что в среднем погрешность решения не превышает 2%, на большинстве задач удаётся достигнуть сеточной сходимости результатов.

7. Результаты численного моделирования

В работе проводилось численное моделирование обтекания фрагмента корпуса модельного летательного аппарата гиперзвуковым потоком газа ($M = 6$) на высоте 15 км. На рис. 3–4 представлены результаты расчётов параметров аэрогазодинамического потока: распределения давления и температуры вблизи поверхности ГЛА. В критической точке значение температуры достигает 1600 K, по мере удаления от критической точки температура монотонно убывает, однако остаётся достаточно высокой: её значение на максимальном удалении составляет примерно 800K для кромок и 1000K для верхней части ГЛА, обладающей большим значением угла конусности.

На рис. 5 представлены результаты численных расчётов полей внутреннего тепломассопереноса в оболочке элемента ГЛА: распределение температуры и порового давления на внешней поверхности

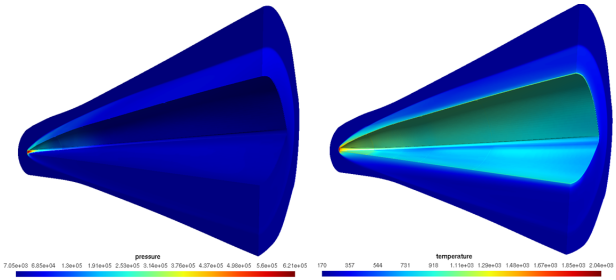

Рис. 3. Распределение параметров газового потока, набегающего на конструкцию ГЛА: (слева) давление p (Па); (справа) температура θ (К)

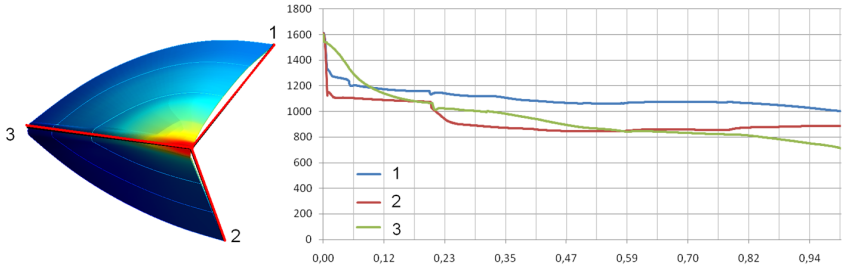

Рис. 4. Распределение температуры θ (К) по продольной координате для верхней (1), нижней (2) частей поверхности и по соединяющей их кромке (3) ГЛА

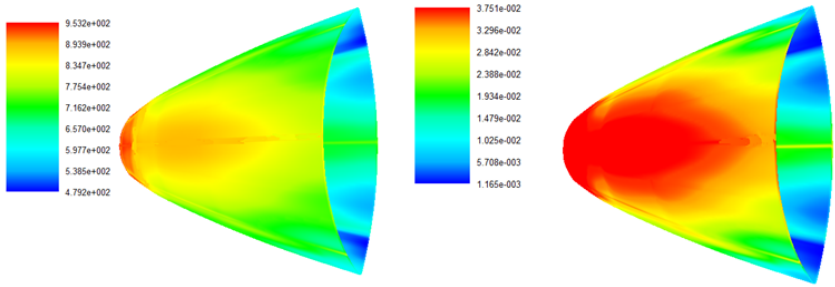

Рис. 5. Распределение параметров газообразных продуктов термодеструкции в оболочке ГЛА: (слева) температура θ (К); (справа) максимальное значение порового давления p (ГПа)

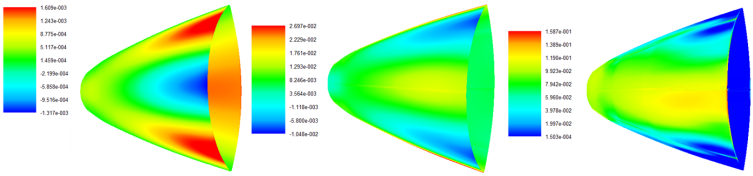

Рис. 6. Распределение параметров в оболочке ГЛА: (слева) прогиб W (м); (в центре) окружное напряжение σ_{22} (ГПа); (справа) трансверсальное напряжение σ_{33} (ГПа)

конструкции для максимального времени расчёта. Терморазложение полимерной фазы композитной оболочки приводит к образованию большого количества газообразных продуктов в порах материала. Ввиду низкой газопроницаемости композита образующиеся газы не успевают отфильтровываться во внешний газовый поток и создают внутреннее поровое давление.

На рис. 6 показаны распределения прогиба оболочки, окружных и трансверсальных напряжений на внешней нагреваемой поверхности оболочки в момент времени максимального её прогрева. В процессе нагрева сжимающие окружные напряжения постепенно увеличивают свои значения, вместе с этим увеличиваются и максимальные растягивающие значения окружного напряжения на периферийной части оболочки ближе к кромкам оболочки. В момент времени максимального прогрева возникает пик положительных растягивающих напряжений, обусловленный термодеструкцией композита, вследствие которой возрастает поровое давление газообразных продуктов терморазложения матрицы, а также возникают усадочные деформации оболочки. Значения трансверсальных напряжений на нижней части оболочки достигают 0,13 ГПа, что значительно превышает предел прочности композитной оболочки в поперечном направлении. В результате в этой части оболочки может возникнуть разрушение по типу расслоения, при котором верхние слои ткани композита отслоятся от остальной части материала.

На рис. 7 показана эффективность распараллеливания с помощью MPI на суперкомпьютере МГУ «Чебышев» решения одной из задач газовой динамики на конечно–разностной сетке с 16 млн. узлов. Было просчитано 5 000 временных слоев. Эффективность, близкая к линейной, сохраняется до 256 ядер, далее она начинает снижаться.

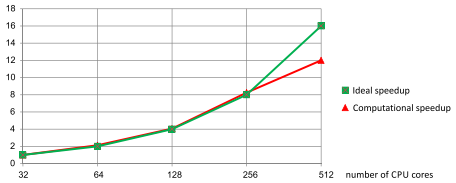

Рис. 7. Эффективность распараллеливания задачи расчёта газодинамических параметров

8. Выводы

Предложенный метод численного моделирования позволяет осуществлять расчёты сопряжённых аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов, с учётом процессов термодеструкции в полимерных композитах, процессов внутреннего тепломассопереноса, изменения упругих характеристик при нагреве. Метод основан на введении двух временных масштабов — «медленного» времени, соответствующему характерному времени распространения тепла в конструкции оболочки летательного аппарата и «быстрого» времени, соответствующему характерному времени установления внешнего аэродинамического потока. Программный комплекс SIGMA, написанный на базе этого метода, позволяет в полуавтоматизированном режиме генерировать регулярные адаптивные сетки для областей сложной формы с криволинейными границами, с хорошим качеством моделировать переходные процессы и процессы установления, гиперзвуковые течения с большими градиентами. Алгоритмы SIGMA обладают геометрическим параллелизмом и адаптированы для использования на суперкомпьютерах. С помощью SIGMA проведено численное моделирование обтекания фрагмента носовой части перспективного гиперзвукового летательного аппарата. Показано, что наиболее вероятным механизмом нарушения работоспособности полимерной композитной оболочки ГЛА является расслоение его конструкции. Причиной вероятного расслоения является терморазложение полимерной матрицы композиционного материала, а также низкая пористость материала и, как следствие, низкая газопроницаемость к газообразным продуктам терморазложения, фильтрующимся по порам.

Список литературы

[1] Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. т. **1,2**. М.: Мир, 1990, Т. 1, 2. — 330 с. ↑ 2.

[2] В. Л. Ковалев. Гетерогенные каталитические процессы в аэротермодинамике. М.: Физматлит, 2002. — 224 с. ↑ 2.

[3] Г. А. Тирский. Гиперзвуковая аэродинамика и тепломассообмен современных космических аппаратов и зондов. М.: Физматлит, 2011. — 548 с. ↑ 2.

[4] А. Б. Лесин, В. В. Лунёв. *О пиковых тепловых потоках на треугольной пластине с притупленным носком в гиперзвуковом потоке* // Изв. РАН. МЖГ., 1994, № 2, с 131–137. ↑ 2.

[5] J. J. McNamara, P. P. Friedmann. *Aeroelastic and Aerothermoelastic Analysis of Hypersonic Vehicles: Current Status and Future Trends* // 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. — Honolulu, Hawaii, April 23. ↑ 2.

[6] A. R. Crowell, J. J. McNamara, B. A. Miller. *Hypersonic Aerothermoelastic Response Prediction of Skin Panels Using Computational Fluid Dynamic Surrogates* // ASDJournal, 2011. V. 2, no. 2, p 3–30. ↑ 2.

[7] Ю. И. Димитриенко. Механика композиционных материалов при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1997. — 366 с. ↑ 2, 5, 7, 9, 13.

[8] Y. I. Dimitrienko. *Thermal stresses and heat mass–transfer in ablating composite materials.* // International Journal of Heat Mass Transfer., 1995. V. 38, no. 1, p 139–146. ↑ 2.

[9] Y. I. Dimitrienko. *Thermal Stresses in Ablative Composite Thin–Walled Structures under Intensive Heat Flows.* // International Journal of Engineering Science., 1997. V. 35, no. 1, p 15–31. ↑ 2.

[10] Y. I. Dimitrienko, M. N. Koryakov, A. A. Zakharov. *Computational Modeling of Conjugated Aerodynamic and Thermomechanical Processes in Composite Structures of High-speed Aircraft.* // Applied Mathematical Sciences., 2015. V. 9, no. 98, p 4873–4880. ↑ 2, 11, 12.

[11] Ю. И. Димитриенко, М. Н. Коряков, А. А. Захаров. *Разработка программного комплекса SIGMA для суперкомпьютерного моделирования сопряжённых аэродинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов* // «Суперкомпьютерные дни в России». — М., 2015, с 399–410. ↑ 2, 11, 12.

[12] Ю. И. Димитриенко, В. В. Минин, Е. К. Сыздыков. *Численное моделирование процессов тепломассопереноса и кинетики напряжений в термодеструктирующих композитных оболочках.* // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17, № 4, с 43–59. ↑ 2, 11, 13.

[13] Ю. И. Димитриенко, В. П. Котенев, А. А. Захаров. Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике. М.: Физматлит, 2011. — 280 с. ↑ 2, 4, 11, 12, 13.

[14] Ю. И. Димитриенко, А. А. Захаров, М. Н. Коряков. *Разработка программного обеспечения для численного моделирования в задачах гиперзвуковой аэрогазодинамики перспективных летательных аппаратов* // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2012. Т. 3, № 4, с 17–26. ↑ 2, 11, 12.

[15] B. Cockburn, C.-W. Shu. *Runge–Kutta Discontinuous Galerkin Methods for Convection–Dominated Problems* // Journal of Scientific Computing, 2001. Vol. 16, no. 3, p 173–261. ↑ 11, 13.

[16] А. Г. Куликовский, Н. В. Погорелов, А. Ю. Семенов. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2010. — 656 с. ↑ 11.

Об авторах:

Юрий Иванович Димитриенко

Родился в 1962 г., в 1984 г. окончил МГУ имени М.В. Ломоносова. Доктор физико–математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика», директор научно–образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов». Автор более 200 научных работ в области вычислительной механики, нелинейного тензорного анализа, термомеханики композитов, математического моделирования в материаловедении.

e-mail: dimit@bmstu.ru

Михаил Николаевич Коряков

Родился в 1987 г., в 2010 г. окончил МГТУ имени Н.Э. Баумана. Ассистент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика», младший научный сотрудник научно–образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов». Автор 45 научных работ по численным методам решения задач газовой динамики.

e-mail: mkoryakov@bmstu.ru

Андрей Алексеевич Захаров

Родился в 1982 г., в 2005 г. окончил МГТУ имени Н.Э. Баумана. Кандидат физико–математических наук, старший научный сотрудник научно–образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов», доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика». Автор 58 научных работ в области вычислительной газовой динамики.

e-mail: azaharov@bmstu.ru

Пример ссылки на эту публикацию:

Ю. И. Димитриенко, М. Н. Коряков, А. А. Захаров. «Суперкомпьютерное моделирование сопряжённых процессов аэрогазодинамики гиперзвукового потока и деформирования тонкостенных теплозащитных аблирующих конструкций летательных аппаратов с помощью программного комплекса SIGMA», *Программные системы: теория и приложения*, 2015, **??**:?, с. ??–??.

URL http://psta.psiras.ru/read/

Yuriy Dimitrienko, Mikhail Koryakov, Andrey Zakharov. *An Example Document for submitting to PSTA.*

Abstract. The Example of paper to be submited to the journal "Program systems: Theory and applications" contains the basic requirements an usage examples for such the basic formatting tools as hypherlinks, pictures, tables and bibliography. (*in Russian*).

Key Words and Phrases: coupled simulation, aerogasdynamics, thermomechanics, hypersonic flows, polymer composites, thermotension, parallel processing.

Sample citation of this publication:

Yuriy Dimitrienko, Mikhail Koryakov, Andrey Zakharov. "An Example Document for submitting to PSTA", *Program systems: theory and applications*, 2015, **??**:?, pp. ??–??. (*In Russian.*)

URL http://psta.psiras.ru/read/

© Y. I. Dimitrienko, M. N. Koryakov, A. A. Zakharov, 2015
© Bauman Moscow State Technical University, 2015
© Program systems: Theory and Applications, 2015