

Алгоритм самоорганизации нелинейной упругой сети для построения сеток Делоне-Вороного в неявных областях с использованием OpenMP

Белокрис-Федотов А.И.¹, Гаранжа В.А.², Кудрявцева Л.Н.³

*Вычислительный центр им. А. А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН
Московский физико-технический институт (государственный университет)*

¹belokrys.fedotov@gmail.com, ²garan@ccas.ru, ³liukudr@yandex.ru

В 2004 году Г. Стренг и П. Перссон [1] предложили простой алгоритм (код Matlab их алгоритма меньше страницы), который позволяет построить триангуляцию неявных плоских областей. Идея метода основана на использовании в качестве входных данных набора разбросанных точек. Рёбра триангуляции Делоне образуют пространственную сеть с топологией, зависящей от положения точек. Каждое ребро рассматривается как нелинейная упругая распорка, чья расталкивающая сила появляется, когда длина ребра меньше заданной величины. Точки, которые выходят за пределы области, проецируются обратно на её границу, таким образом образуется непроницаемый барьер для расширения. Эта упругая сеть релаксирует достигая конечного равновесия. Замечательной особенностью указанного выше алгоритма является то, что в процессе релаксации топологическая нерегулярность (вершины с степенью не равным 6) в конечном итоге перемещается на границу, что похоже на выталкивание дислокаций из кристаллической решетки. Конечная сетка имеет склонность к топологической регулярности.

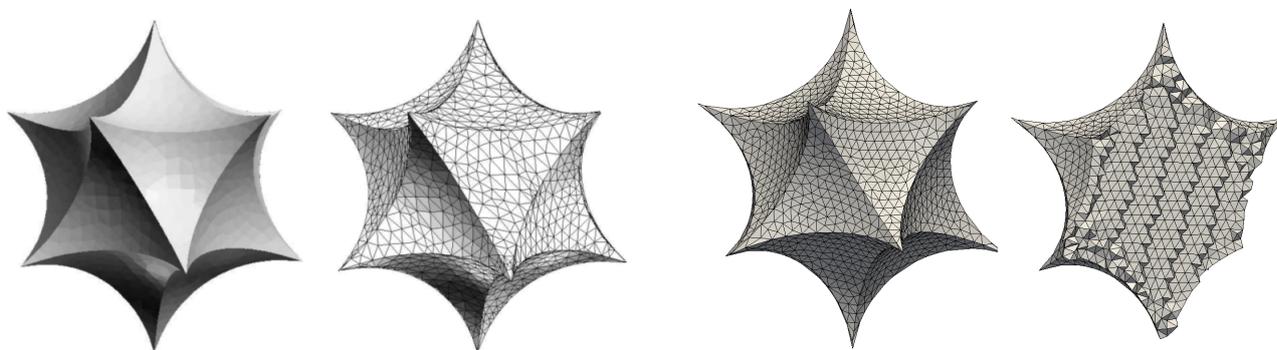


Рис.1. Криволинейный икосаэдр. Слева результат построения поверхностной сетки из статьи А. Беляева [2], справа результат построения объемной сетки методом самоорганизации.

Мы представляем алгоритм, который обобщает идею Стренга и Перссона, и позволяет строить трехмерные тетраэдральные сетки в неявных областях с кусочно-гладкой границей. Упругая энергия сети в нашем подходе сочетает потенциалы расталкивания и обострения. Последний применяется для граничных граней и позволяет воспроизводить острые рёбра на границе области без их явного задания. Алгоритм обострения ребер был предложен А. Беляевым в 2002 г. [2] для численного построения изоповерхностей. Нами было установлено, что в случае, когда неявная функция, задающая область, сильно уклоняется от функции расстояния от границы со знаком, алгоритм Беляева теряет устойчивость. Для преодоления этой проблемы была предложена и реализована новая устойчивая версия алгоритма обострения, в котором значение градиента неявной функции у границы может меняться в десятки раз. Рис.1 и рис.2 иллюстрируют сравнение результатов из статьи А. Беляева и результатов работы алгоритма самоорганизации.

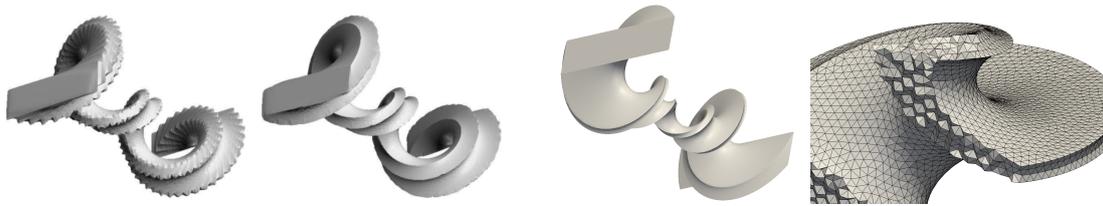


Рис.2. Спираль. Слева начальное приближение и результат построения поверхностной сетки из статьи А. Беляева [2], справа результат построения объемной сетки методом самоорганизации

Скорость работы представленного алгоритма напрямую зависит от скорости нахождения значения неявной функции во всей области, поэтому отдельной задачей стоит вопрос ускорения вычисления неявной функции. Один из методов решения состоит в том, что бы использовать восмеричное дерево для расчёта приближенного значения функции в отдалении от нулевой изоповерхности. Так же в большинстве постановок расчёт неявной функции распараллеливается средствами OpenMP, вычисляя на каждом потоке свой блок точек.

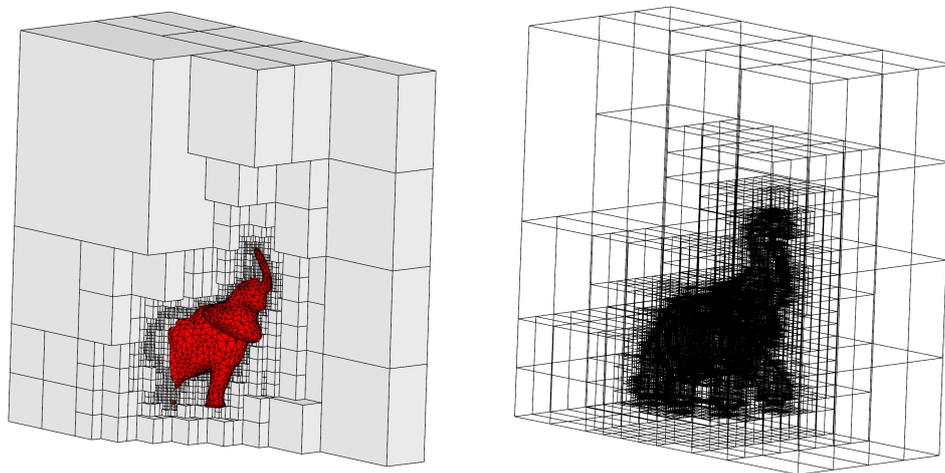


Рис.3. Октодерево для приближения неявной функции

Работа поддержана грантом Правительства РФ по постановлению N 220 по договору N 11.G34.31.0072, заключенного между Министерством образования и науки РФ, ведущим ученым и МФТИ.

Список литературы

- [1] P.-O. Persson and G. Strang, “A Simple Mesh Generator in Matlab”, SIAM Review, Vol. 46, No. 2 (Jun., 2004), pp. 329-345
- [2] Yutaka Ohtake and Alexander G. Belyaev. 2002. “Dual/primal mesh optimization for polygonized implicit surfaces”, In Proceedings of the 7th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications (SMA’02). ACM, New York, NY, 171–178.
- [3] Гаранжа В. А., Кудрявцева Л. Н. “Построение трехмерных сеток Делоне по слабо-структурированным и противоречивым данным”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2012. – Т. 52, №3 – С. 499–520