ISSN 2079-3316 ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ №?, 2015, с. ??–??

УДК 004.021:550.831.017:550.838:519.642

Е. Н. Акимова, В. Е. Мисилов

Алгоритмы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении контактных поверхностей

Аннотация. Работа посвящена проблеме построения параллельных итерационных алгоритмов и их использованию при решении обратных структурных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении контактных поверхностей.

Для решения структурных обратных задач гравиметрии и магниторазведки о восстановлении одной контактной поверхности построены новые методы: линеаризованный метод сопряженных градиентов и покомпонентный градиентный метод.

Для решения структурных обратных задач гравиметрии и магниторазведки о восстановлении нескольких контактных поверхностей предложен новый подход. Подход основан на применении методов градиентного типа с весовыми множителями.

Разработан и реализован для многоядерных процессоров комплекс параллельных программ решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении контактных поверхностей на основе предложенных методов. Комплекс программ доступен для использования через систему удаленных вычислений «Специализированный веб-портал решения задач на многопроцессорных вычислительных системах».

Разработанные и апробированные в расчетах параллельных алгоритмы и программы могут быть эффективно использованы при численном решении ряда геофизических задач на многоядерных процессорах и видеоускорителях.

Комплекс параллельных программ успешно используется для интерпретации натурных данных совместно с сотрудниками лаборатории Математической геофизики Института геофизики УрО РАН (ИГФ УрО РАН).

Ключевые слова и фразы: Обратные и некорректные задачи, итерационные методы, гравиметрия, магниторазведка, параллельные вычисления.

Работа выполнена при поддержке УрО РАН в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН.

Введение

Важнейшими задачами при исследования структуры земной коры являются обратная задача гравиметрии о нахождении поверхностей раздела сред постоянной плотности по известным скачкам плотности и гравитационному полю, измеренному на некоторой площади земной поверхности [1] и задача магнитометрии о нахождении поверхностей раздела сред постоянной вертикальной намагниченности по известным скачкам намагниченности и вертикальной компоненте магнитного поля, измеренной на некоторой площади земной поверхности [2]. Задачи гравиметрии и магнитометрии описываются нелинейными интегральными уравнениями Фредгольма первого рода. При разработке методов решения задач необходимо использовать идеи итеративной регуляризации [3]. После дискретизации эти задачи сводятся к системам нелинейных уравнений большой размерности. Необходимость повышения точности результатов решения задач, в частности, использование более мелких сеток, существенно увеличивает время вычислений.

Одним из путей уменьшения времени расчетов и повышения эффективности решения геофизических задач является распараллеливание алгоритмов и использование многопроцессорных вычислительных систем (МВС). В Институте математики и механики УрО РАН (г. Екатеринбург) установлен суперкомпьютер «Уран», который успешно используются при решении прикладных задач. Суперкомпьютер «Уран» включает в себя гибридный вычислительный кластер на основе видеоускорителей GPU NVIDIA Tesla и многоядерных Intel Xeon CPU.

В данной работе для решения трехмерных структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии о нахождении одной контактной поверхности построены новые методы градиентного типа: линеаризованный метод сопряженных градиентов и покомпонентный градиентный метод.

Для решения трехмерных структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии о нахождении нескольких контактных поверхностей в рамках ранее предложенного подхода [4, 5] предложены линеаризованные модифицированные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов с переменными весовыми множителями.

На основе модифицированных методов решения задач гравиметрии и магнитометрии разработаны эффективные параллельные алгоритмы, численно реализованные на многоядерном процессоре Intel и графических процессорах NVIDIA. Для модельных задач проведено сравнение параллельных итерационных алгоритмов по относительной погрешности, числу итераций и времени счета. Построен пример решения структурной обратной задачи для четырехслойной среды с использованием наблюденного гравитационного поля. Разработанные параллельные алгоритмы встроены в систему удаленных вычислений «Специализированный веб-портал решения задач на многопроцессорных вычислительных системах» [6].

1. Постановка задач

1.1. Структурная обратная задача гравиметрии о восстановлении контактной поверхности

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из двух слоев постоянной плотности, разделенных искомой поверхностью S. Пусть поверхность раздела задается уравнением $\zeta = \zeta(x, y)$, скачок плотности на ней равен $\Delta\sigma$, поверхность имеет горизонтальную асимптотическую плоскость $\zeta = H$, т.е. $\lim\limits_{\substack{|x|\to\infty \\ |y|\to\infty}} |\zeta(x, y) - H| = 0$. Поле от такого полупространства с точностью до постоянного слагаемого равно

$$A(\zeta) \equiv f\Delta\sigma \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta^2(x,y)}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + H^2}} \right\} dxdy = \Delta g(x', y', 0), \tag{1}$$

где f — гравитационная постоянная.

Функция $\zeta(x, y)$, описывающая искомую контактную поверхность, удовлетворяет нелинейному двумерному интегральному уравнению Фредгольма первого рода (1).

После дискретизации уравнения (1) на сетке $n = M \times N$, где задана правая часть $\Delta g(x, y)$, и аппроксимации интегрального оператора $A(\zeta)$ по квадратурным формулам имеем вектор правой части F размерности n, вектор решения z размерности n, матрицу производной оператора $A'(z)$ размерности $n \times n$ и систему нелинейных уравнений

$$\bar{A}[z] = \bar{F}. \tag{2}$$

1.2. Структурная обратная задача магнитометрии о восстановлении контактной поверхности

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из двух слоев постоянной вертикальной намагниченности, разделенных искомой поверхностью S. Пусть поверхность раздела задается уравнением $\zeta = \zeta(x, y)$, скачок намагниченности на ней равен ΔJ, поверхность имеет горизонтальную асимптотическую плоскость $\zeta = H$, т.е. $\lim\limits_{\substack{|x|\to\infty\\|y|\to\infty}} |\zeta(x,y) - H| = 0$. Поле от такого полупространства с точностью до постоянного слагаемого равно

$$B(\zeta) \equiv \Delta J \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\zeta(x,y)}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta^2(x,y)]^{3/2}} - \right.$$
$$\left. - \frac{H_l}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + H_l^2]^{3/2}} \right\} dxdy = \Delta Z(x', y', 0). \tag{3}$$

Функция $\zeta(x, y)$, описывающая искомую контактную поверхность, удовлетворяет нелинейному двумерному интегральному уравнению Фредгольма первого рода (3).

После дискретизации уравнения (3) на сетке $n = M \times N$, где задана правая часть $\Delta Z(x, y)$, и аппроксимации интегрального оператора $B(\zeta)$ по квадратурным формулам имеем вектор правой части F размерности n, вектор решения z размерности n, матрицу производной оператора $B'(z)$ размерности $n \times n$ и систему нелинейных уравнений

$$\bar{B}[z] = \bar{F}. \tag{4}$$

1.3. Структурная обратная задача гравиметрии о восстановлении нескольких контактных поверхностей

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из нескольких слоев постоянной плотности, разделенных искомыми поверхностями $S_l (l = 1, ..., L)$ где L — число границ раздела (рис. 1). Гравитационный эффект от такого полупространства равен суперпозиции гравитационных эффектов от всех поверхностей раздела [7].

Пусть поверхности раздела задаются уравнениями $\zeta_l = \zeta_l(x, y)$, скачки плотности на них равны $\Delta\sigma_l$, поверхности имеют горизонталь-

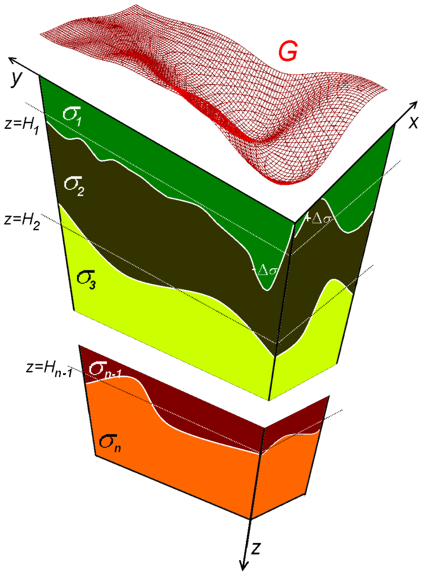

Рис. 1. Модель многослойной среды для задачи гравиметрии

ные асимптотические плоскости $\zeta_l = H_l$, т.е. $\lim\limits_{\substack{\|x\|\to\infty\\ \|y\|\to\infty}} \|\zeta_l(x,y) - H_l\| = 0$.

Поле от суперпозиции границ с точностью до постоянного слагаемого равно [4]

$$A(\zeta) \equiv f \sum_{l=1}^{L} \Delta\sigma_l \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + \zeta_l^2(x,y)}} - \right. \tag{5}$$
$$\left. - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + H_l^2}} \right\} dxdy = \Delta g(x', y', 0),$$

где f — гравитационная постоянная, L — число границ раздела.

Функции $z_l = z_l(x,y)$ описывающие искомые поверхности раздела, удовлетворяют нелинейному двумерному интегральному уравнению Фредгольма первого рода (5).

После дискретизации уравнения (5) на сетке $n = M \times N$, где задана правая часть $\Delta g(x,y)$, и аппроксимации интегрального оператора $A(\zeta)$ по квадратурным формулам имеем вектор правой части $F(x,y)$ размерности n, результирующий вектор решения $z = [z_1(x,y),$

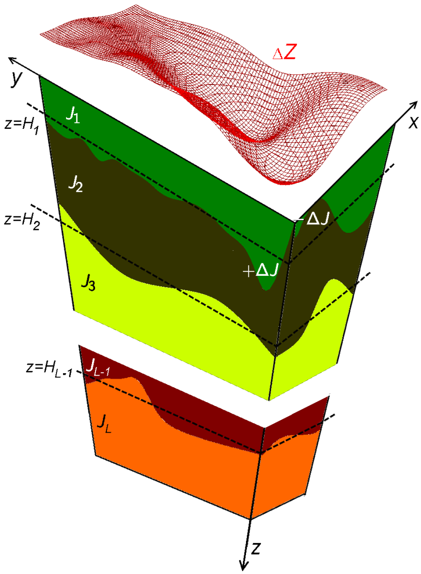

Рис. 2. Модель многослойной среды для задачи магнитометрии

..., $z_L(x,y)]$ размерности Ln, матрицу производной оператора $A'(z)$ размерности $Ln \times n$ и систему нелинейных уравнений

$$\widetilde{A}[z] = \widetilde{F}. \tag{6}$$

1.4. Структурная обратная задача магнитометрии о восстановлении нескольких контактных поверхностей

Предполагается, что нижнее полупространство состоит из нескольких слоев постоянной вертикальной намагниченности $J_l = J_l^z (l = 1, \ldots, L)$ разделенных искомыми поверхностями S_l где L — число границ раздела (рис. 2). Магнитный эффект от такого полупространства равен сумме магнитных эффектов от всех поверхностей раздела.

Пусть поверхности раздела задаются уравнениями $\zeta_l = \zeta_l(x,y)$, скачки модулей векторов намагниченности на них равны ΔJ_l, поверхности имеют горизонтальные асимптотические плоскости $\zeta_l = H_l$, т.е. $\lim\limits_{\substack{\|x\|\to\infty \\ \|y\|\to\infty}} \|\zeta_l(x,y) - H_l\| = 0$. Поле от суперпозиции границ с точностью до постоянного слагаемого равно

$$B(\zeta) \equiv \sum_{l=1}^{L} \Delta J_l \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\zeta_l(x,y)}{[(x-x')^2+(y-y')^2+\zeta_l^2(x,y)]^{3/2}} - \right. \tag{7}$$
$$\left. - \frac{H_l}{[(x-x')^2+(y-y')^2+H_l^2]^{3/2}} \right\} dxdy = \Delta Z(x',y',0).$$

Функции $\zeta_l = \zeta_l(x,y)$, описывающие искомые поверхности раздела, удовлетворяют нелинейному двумерному интегральному уравнению Фредгольма первого рода (7).

После дискретизации уравнения (7) на сетке $n = M \times N$ где задана правая часть $\Delta Z(x,y)$ и аппроксимации интегрального оператора $B(\zeta)$ по квадратурным формулам имеем вектор правой части $F(x,y)$ размерности n, результирующий вектор решения $z = [z_1(x,y), ..., z_L(x,y)]$ размерности Ln, матрицу производной оператора $B'(z)$ размерности $Ln \times n$ и систему нелинейных уравнений

$$\widetilde{B}[z] = \widetilde{F}. \tag{8}$$

2. Методы решения обратных задач

Обратные задачи гравиметрии и магнитометрии является существенно некорректными задачами, решения которых не единственны и обладают сильной чувствительностью к погрешностям правых частей, полученной в результате измерений и предварительной обработки геофизических данных.

Для решения задач (2) и (4) предлагается *линеаризованный метод сопряженных градиентов (ЛМСГ)*

(9)

$$z_{k+1} = z_k - \psi \frac{p_k^T S(z_k)}{\|A'(z_k)p_k\|^2} p_k, \quad p_k = S(z_k) + \beta_k p_{k-1}, \quad p_0 = S(z_0),$$

$$\beta_k = \max\left\{ \frac{S(z_k)^T (S(z_k) - S(z_{k-1}))}{\|S(z_{k-1})\|^2}, 0 \right\}, \quad S(z) = A'(z)^T (A(z) - F),$$

где ψ — демпфирующий параметр, k — номер итерации. Параметр поворота β можно выбирать различными способами, в данной работе используется модифицированная формула Полака-Рибьера-Поляка [8].

Условием останова итерационных процессов является выполнение условия $\|A(z) - F\| / \|F\| < \varepsilon$ при достаточно малом ε, где $F = \sum_{l=1}^{L} F_l$.

2.1. Покомпонентный градиентный метод

Построим альтернативный метод решения задач (2) и (4), требующий меньшего количества операций, чем (9).

Значение правой части в конкретном узле сетки F_i находится по следующей формуле:

$$A_i(z) = F_i. \tag{10}$$

Будем искать значение z. Если решение существует, то задача его нахождения эквивалентна задаче минимизации

$$\min \left\{ \frac{1}{2}(A_i(z) - F_i)^2 : z \in R^n \right\}.$$

Условие минимума:

$$\nabla(\frac{1}{2}(A_i(z) - F_i)^2) = (A_i(z) - F_i)\nabla A_i(z) = S_i(z) = 0.$$

Построим процесс по аналогии с линеаризованным методом наискорейшего спуска[9]:

$$z^{k+1} = z^k - \alpha^k S_i(z^k). \tag{11}$$

α^k находится из условия $\alpha^k = \underset{\alpha^k}{\operatorname{argmin}} \, (A_i(z^{k+1}) - F_i)^2$.

Значение оператора $A_i(z)$ можно аппроксимировать рядом Тейлора: $A_i(z) \simeq A_i(z^k) + \nabla A_i(z^k)(z - z^k)$, поэтому:

$$\begin{aligned}
&(A_i(z^{k+1}) - F_i)^2 = \\
=&(A_i(z^k - \alpha^k S_i(z^k)) - F_i)^2 \simeq \\
\simeq&(A_i(z^k) + \nabla A_i(z^k)(-\alpha^k S_i(z^k)) - F_i)^2 = \\
=&(A_i(z^k) - F_i)^2 - 2(A_i(z^k) - F_k)\alpha^k \nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k) + \alpha_k^2 (\nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k))^2.
\end{aligned}$$

Условие минимума:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha^k}((A_i(z^k) - F_i)^2 - 2(A_i(z^k) - F_k)\alpha^k \cdot$$
$$\cdot \nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k) + \alpha_k^2(\nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k))^2) =$$
$$= -2(A_i(z^k) - F_i)(\nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k)) + 2\alpha_k(\nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k))^2 = 0$$

Отсюда

$$\begin{aligned}\alpha^k &= \frac{(A_i(z^k) - F_i)(\nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k))}{(\nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k))^2} = \\ &= \frac{(A_i(z^k) - F_i)}{\nabla A_i(z^k)^T S_i(z^k)} = \\ &= \frac{(A_i(z^k) - F_i)}{\nabla A_i(z^k)^T (A_i(z^k) - F_i)\nabla A_i(z^k)} = \\ &= \frac{1}{\|\nabla A_i(z^k)\|^2}.\end{aligned}$$

Таким образом, процесс (11) примет вид

$$z^{k+1} = z^k - \frac{A_i(z^k) - F_i}{\|\nabla A_i(z^k)\|^2}\nabla A_i(z^k).$$

Как известно [10], на значение поля в точке земной поверхности наибольшее влияние оказывает значение глубины залегания ближайшей точки контактной поверхности. В связи с чем принимаем, что изменение значения поля $A_i(z_k)$ в узле сетки обеспечивается в основном изменением функции z_i в том же узле. Берём часть процесса, отвечающую за z_i:

$$e_i^T z^{k+1} = e_i^T z^k - \frac{A_i(z^k) - F_i}{\|\nabla A_i(z^k)\|^2} e_i^T \nabla A_i(z^k),$$

и применяем её независимо для всех точек z_i.

Получим *покомпонентный градиентный метод (ПГМ)*

$$z_i^{k+1} = z_i^k - \frac{A_i(z^k) - F_i}{\|\nabla A_i(z^k)\|^2}\left(\frac{\partial A_i(z_i^k)}{\partial z_i}\right). \tag{12}$$

2.2. Случай нескольких контактных поверхностей

Авторами предложен оригинальный подход к решению задач (6) и (8) о восстановлении нескольких контактных поверхностей. Подход заключается в использовании линеаризованных градиентных методов с весовыми множителями, выбираемыми для каждой компоненты результирующего вектора z.

Методы имеют вид:

- *линеаризованный модифицированный метод наискорейшего спуска (ЛММНС)*

(13)
$$z^{k+1} = z^k - \psi \frac{v_k^T S(z^k)}{\|A'(z^k) v_k\|^2} v_k, \quad v_k = \Lambda S(z^k), \quad S(z) = A'(z)^T (A(z) - F);$$

- *линеаризованный модифицированный метод сопряженных градиентов (ЛММСГ)*

(14)
$$z^{k+1} = z^k - \psi \frac{p_k^T S(z^k)}{\|A'(z^k) p_k\|^2} p_k, \quad p_k = v_k + \beta_k p_{k-1}, \quad p_0 = v_0, \quad v_k = \Lambda S(z^k),$$
$$\beta_k = \max\left\{ \frac{v_k^T (v_k - v_{k-1})}{\|v_{k-1}\|^2}, 0 \right\}, \quad S(z) = A'(z)^T (A(z) - y),$$

где ψ — демпфирующий параметр, k — номер итерации, Λ — диагональная матрица, состоящая из весовых множителей $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_{Ln}$.

Весовые множители γ_i для каждой компоненты $z_i (i = 1, ..., Ln)$ могут выбираться двумя способами — по аномальным полям $\Phi(l = 1, ..., L)$, соответствующим искомым контактным поверхностям и выделенным из наблюденного поля по методике повысотных трансформаций [11], либо по известным нулевым приближениям $\hat{Z}_l$ соответствующих искомых поверхностей:

$$
\begin{aligned}
&F \to [\Phi_1, ..., \Phi_L] \to (\phi_1, ..., \phi_n, ..., \phi_{Ln}) \to (\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_{Ln}),\\
&\Phi_l \to (\gamma_{n(l-1)+1}, \gamma_{n(l-1)+2}, ..., \gamma_{Ln}), \gamma_i = \frac{|\phi|^\mu}{\max_i\{|\phi_i|^\mu\}}, \mu > 1,\\
&\hat{Z} \to [\hat{Z}_1, ..., \hat{Z}_L] \to (\hat{z}_1, ..., \hat{z}_n, ..., \hat{z}_{Ln}) \to (\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_{Ln}),\\
&\hat{Z}_l \to (\gamma_{n(l-1)+1}, \gamma_{n(l-1)+2}, ..., \gamma_{Ln}), \gamma_i = \frac{|\hat{z}/H_l - 1|^\mu}{\max_i\{|\hat{z}/H_l - 1|^\mu\}}, \mu > 1,
\end{aligned}
$$

3. Параллельная реализация и численные эксперименты

3.1. Подход к параллелизации и использованные технологии

Параллельные алгоритмы решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении поверхностей раздела сред для модели многослойной среды на основе модифицированных линеаризованных градиентных методов численно реализованы на многоядерном процессоре Intel и графических процессорах NVIDIA, входящими в состав суперкомпьютера «Уран» (ИММ УрО РАН). Параллельные алгоритмы реализованы на многоядерном процессоре Intel с помощью технологии OpenMP, на GPU NVIDIA Tesla — с помощью технологии CUDA и библиотеки CUBLAS. Алгоритмы имеют два узких места: вычисление на каждой итерации значений интегрального оператора $A(z^k)$ и матрицы производных $A'(z^k)$ и матрично-векторные операции.

Распараллеливание проводится путем разделения матрицы $A'(z^k)$ горизонтальными полосами на m блоков и вектора $A(z^k)$ на m фрагментов, таких что $n = m \times K$ где n — размерность матрицы и векторов, m — число процессорных ядер, K — число строк матрицы и элементов вектора в блоке. Основной поток исполнения (помимо исполнения своего фрагмента расчетов) занимается созданием дополнительных OpenMP-потоков и их синхронизацией. На текущей итерации каждый дополнительный поток вычисляет свой блок матрицы производных и вектора $A(z^k)$ а затем основной поток объединяет результаты.

С целью оптимизации выполнения векторно-матричных операций проведено распараллеливание и векторизация циклов с помощью технологии OpenMP и средств компилятора Intel соответственно. При реализации на CUDA при нахождении значения оператора и матрицы производных kernel-функция выполняет фрагмент вычислений, соответствующий одной точке сетки, а результаты объединяются с помощью атомарных операций. Стандартные векторно-матричные операции выполняются с использованием функций библиотеки CUBLAS.

Матрица $A'(z^k)$ имеет большую размерность и занимает значительный объем оперативной памяти, поэтому оптимальным оказывается метод вычисления элементов матрицы производных «на лету», то есть вычисление значения элемента матрицы происходит в момент обращения к этому элементу без сохранения его в памяти.

3.2. Результаты численных экспериментов

Для сравнения методов решения задач (2) и (4) использовался следующий пример. Рассматривается структурная обратная задача гравиметрии о восстановлении одной контактной поверхности. По наблюденному гравитационному полю 3, заданному на площади $1000\times$ 800км, была восстановлена плотностная граница 4 с асимптотой $H =$ 10км и скачком плотности $\Delta\sigma = 0.2$г/см^3.
После дискретизации уравнения на сетке 256×256 имеем вектор правой части $F(x, y)$ размерности 65536, результирующий вектор решения z размерности 65536, матрицу производной оператора $A'(z^k)^T$ размерности 65536×65536 и систему нелинейных уравнений вида (2).

Задача была решена на 1 и 8 ядрах процессора Intel Xeon E5-2660 (2.2 GHz), а также на видеоускорителе NVIDIA Tesla S2090 четырьмя методами: линеаризованным методом наискорейшего спуска (ЛМНС) [**9**], линеаризованным методом сопряженных градиентов (ЛМСГ) (9), методом локальных поправок (МЛП) [**7**], покомпонентным градиентным методом (ПГМ) (12). Условием останова было $\varepsilon = 10^{-3}$. В таблице 1 приведены времена решения задачи различными методами. N — число итераций, T_1 — время выполнения на 1 ядре CPU, T_2 — на 8 ядрах, T_3 — на видеоускорителе.

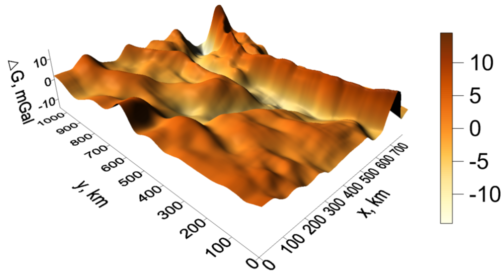

Рис. 3. Наблюденное гравитационное поле

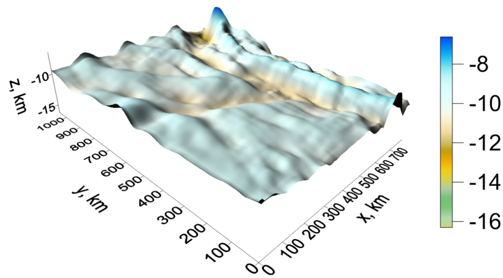

Рис. 4. Восстановленная плотностная граница

Таблица 1. Число итераций и времена решения задачи 1.

Метод	N	T_1	T_2	T_3
ЛМНС	210	600 мин.	72 мин.	20 мин.
ЛМСГ	45	140 мин.	18 мин.	5 мин.
МЛП	28	66 мин.	8 мин.	2 мин.
ПГМ	17	40 мин.	5 мин.	1,5 мин.

В качестве второго примера была рассмотрена задача восстановления трех плотностных границ по натурным гравитационным данным. Из наблюденного поля, используя методику повысотных трансформаций, было выделено поле на площади $S = 360 \times 636\text{км}^2$,

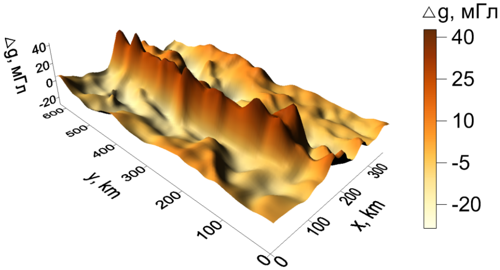

Рис. 5. Суммарное гравитационное поле

соответствующее массам, расположенным между глубинами 5 и 50 км. Для получения весовых множителей и начальных приближений предварительно из суммарного поля были выделены поля, соответствующие трем искомым границам. По суммарному полю восстановлены границы с асимптотическими плоскостями $H_1 = 8, H_2 = 15$, $H_3 = 30$км, скачки плотностей на которых принимались $H_1 = 0,2$, $H_2 = 0,15, H_3 = 0,1$г/см^3. После дискретизации на сетке 168×256 матрица производных $A'(z)^T$ имела размерность 43008×129024.

На рис. 5 изображено суммарное аномальное гравитационное поле. На рис. 6 изображены восстановленные плотностные границы и порождаемые ими поля.

Задача решена на многоядерном процессоре Intel Xeon E5-2660 и видеоускорителе Tesla S2090 с помощью параллельных линеаризованных модифицированных методов ЛММНС (13) и ЛММСГ (14) с весовыми множителями. Условием останова являлось уменьшение относительной нормы невязки до $\varepsilon \leqslant 0,05$, демпфирующий параметр принимался равным $\psi = 1$, сглаживающий параметр $\mu = 1,4$. В качестве начальных приближений брались границы, полученные путем решения задачи на грубой сетке 15×25.

В таблице 2 представлено сравнение методов по числу итераций и времени счета. В первом столбце таблицы приводятся методы решения, во втором — число итераций , в третьем и четвертом столбцах – времена решения задачи на одном ядре (T_1) и 8 ядрах (T_2) процессора, а также на видеоускорителе (T_3).

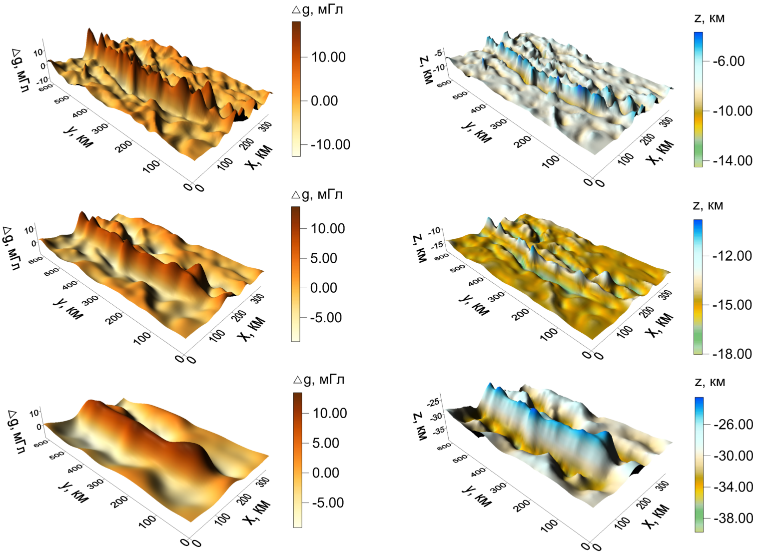

Рис. 6. Отдельные поля и найденные границы

Таблица 2. Число итераций и времена решения задачи 2.

Метод	N	T_1	T_2	T_3
ЛММНС	45	2 часа	15 мин.	4 мин.
ЛММСГ	31	1.4 часа	10 мин.	3 мин.

4. Заключение

Для решения структурных обратных задач гравиметрии и магниторазведки о восстановлении одной контактной поверхности построены новые методы: линеаризованный метод сопряженных градиентов и покомпонентный градиентный метод.

Для решения структурных обратных задач гравиметрии и магниторазведки о восстановлении нескольких контактных поверхностей предложен новый подход. Подход основан на применении линеаризованных методов градиентного типа с весовыми множителями. В рамках подхода построены эффективные варианты методов: модифицированный метод наискорейшего спуска и модифицированный метод сопряженных градиентов.

На основе предложенных методов разработаны эффективные параллельные алгоритмы, численно реализованные на многоядерных процессорах и графических ускорителях NVIDIA, входящих в состав суперкомпьютера «Уран». Проведена оптимизация параллельных алгоритмов. Разработанный комплекс программ доступен для использования через систему удаленных вычислений «Специализированный веб-портал решения задач на многопроцессорных вычислительных системах».

Проведенные эксперименты показали, что разработанные параллельных алгоритмы и программы могут быть эффективно использованы при численном решении ряда геофизических задач на многоядерных процессорах.

С использованием разработанных алгоритмов построен пример практической интерпретации для модели четырехслойной среды.

Список литературы

[1] Нумеров Б. В. *Интерпретация гравитационных наблюдений в случае одной контактной поверхности* // ДАН СССР, 1930, № 21, с 569–574. ↑ 2.

[2] Малкин Н. Р. *О решении обратной магнитометрической задачи для случая одной контактной поверхности (случай пластообразно залегающих масс)* // ДАН СССР, 1931, № 9, с 232—235. ↑ 2.

[3] Bakushinsky A., Goncharsky A. Ill-Posed Problems: Theory and Applications. London: Kluwer Akad. Publ. 1994. ↑ 2.

[4] Акимова, Е. Н., Мартышко, П. С., Мисилов, В. Е.. *Алгоритмы решения структурной задачи гравиметрии в многослойной среде* // ДАН, 2013. Т. **453**, № 6, с 676. ↑ 2, 5.

[5] Акимова, Е. Н., Мисилов, В. Е., Скурыдина, А. Ф., Третьяков, А. И.. *Градиентные методы решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии на суперкомпьютере «Уран»* // Вычислительные методы и программирование, 2015, № 16, с 155. ↑ 2.

[6] Акимова Е. Н., Белоусов Д. В., Мисилов В. Е.. *Алгоритмы решения обратных геофизических задач на многопроцессорных вычислительных системах* // Сибирский журнал вычислительной математики, 2013. Т. **16**, № 2, с 107–121. ↑ 3.

[7] Мартышко П. С., Ладовский И. В., Цидаев А. Г.. *Построение региональных геофизических моделей на основе комплексной интерпретации гравитационных и сейсмических данных* // Физика земли, 2010, № 11, с 23–35. ↑ 4, 12.

[8] Gilbert J. C., Nocedal J. *Global convergence properties of conjugate gradient methods for optimization* // SIAM Journal on optimization, 1999. Т. **2**, № 1, с 21–42. ↑ 7.

[9] Vasin V. V., Eremin I. I. Operators and iterative processes of Fejer type: theory and applications, т. **53**. Berlin: Walter de Gruyter, 2009. ↑ 8, 12.

[10] Пруткин И. Л.. *О решении трехмерной обратной задачи гравиметрии в классе контактных поверхностей методом локальных поправок* // Изв. АН СССР, Физика Земли, 1986, № 1, с 67–77. ↑ 9.

[11] Мартышко П. С., Пруткин И. Л.. *Технология разделения источников гравитационного поля по глубине* // Геофизический журнал, 2003. Т. **25**, № 3, с 159–168. ↑ 10.

Об авторах:

Елена Николаевна Акимова

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург

e-mail: aen15@yandex.ru

Владимир Евгеньевич Мисилов

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург

e-mail: out.mrscreg@gmail.com

Пример ссылки на эту публикацию:

Е. Н. Акимова, В. Е. Мисилов. «Алгоритмы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии о восстановлении контактных поверхностей», *Программные системы: теория и приложения*, 2015, **??**:?, с. ??–??.

URL http://psta.psiras.ru/read/

Elena Akimova, Vladimir Misilov. *Algorithms for solving inverse structural gravity and magnetic problems of contact surfaces reconstruction.*

Abstract. This work is devoted to the construction of parallel iterative algorithms and their application for solving inverse structural gravity and magnetic problems of contact surfaces reconstruction.

For solving structural inverse gravity and magnetic problems of finding one contact surface new methods have been constructed: linearized conjugate gradients method and componentwise gradient method.

For solving structural inverse gravity and magnetic problems of finding several contact surfaces a new approach has been proposed. This approach is based on application of gradient type methods with weight factors.

A parallel software package for multicore CPUs and GPU has been developed on the base of proposed methods for solving inverse gravity and magnetic problems of finding contact surfaces. This package is available via the remote computation system "Specialized web portal for solving problems on multiprocessor computing systems"".

This parallel software was numerically tested and can be efficiently used for numerical solution of several geophysical problems on a multicore CPUs and GPU.

The parallel software package is successfully used for real data interpretation in collaboration with researchers of the Laboratory of Mathematical Geophysics of Bulashevich Institute of Geophysics, Ural Branch of RAS.

(*in Russian*).

Key Words and Phrases: Inverse and ill-posed problems, iterative methods, gravity problems, magnetic problems, parallel computation.

Sample citation of this publication:

Elena Akimova, Vladimir Misilov. "Algorithms for solving inverse structural gravity and magnetic problems of contact surfaces reconstruction", *Program systems: theory and applications*, 2015, **??**:?, pp. ??–??. (*In Russian.*)

URL http://psta.psiras.ru/read/